2.3. Proporcija ili razmjer

Broj sati: 5

*Udžbenik: stranice 78. – 85.*

**Odgojno-obrazovni ishod**

**B.8.2.** Primjenjuje razmjer.

**B.8.3.** Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.

**D.8.4.** Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.

**E.8.2.** Interpretira podatke povezane s novcem te na osnovi toga donosi odluke.

**Međupredmetne teme**

**uku A.3.2.** Učenik se koristi različitim strategijama učenja i primjenjuje ih u ostvarivanju ciljeva učenja i u rješavanju problema u svim područjima učenja uz povremeno praćenje učitelja.

**uku A.3.3.** Učenik samostalno oblikuje svoje ideje i kreativno pristupa rješavanju problema – učenik samostalno oblikuje svoje ideje i kreativno pristupa rješavanju problema.

**osr A.3.3.** Razvija osobne potencijale.

**osr B.3.2.** Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima.

**pod A.3.1.** Primjenjuje inovativna i kreativna rješenja.

**pod B.3.2.** Planira i upravlja aktivnostima.

**Ikt D.3.1.** Učenik se izražava kreativno služeći se primjerenom tehnologijom za stvaranje ideja i razvijanje planova te primjenjuje različite načine poticanja kreativnosti.

**Tijek nastavnih sati**

* **Proporcija ili razmjer**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje – omjer**

Učitelj razgovorom navodi učenike da se prisjete pojma omjera te njegova skraćivanja i proširivanja. Traži od učenika da daju primjere omjera te ih pravilno pročitaju i zapišu na ploču.

Kako bi učenici još ponovili omjere, učitelj pokreće interaktivnu simulaciju na e-sferi: Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> interaktivna simulacija Omjeri.

**Aktivnost 2 – Omjer dvaju brojeva – zadatci**

Učitelj rješava *Primjer 8*. pritom detaljno objašnjavajući svaki korak u rješavanju.

Učenici rješavaju zadatak 45. i samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Omjer triju brojeva – zadatci**

Učitelj rješava *Primjer 9*. pritom detaljno objašnjavajući svaki korak u rješavanju.

Učenici rješavaju zadatak 47. i samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Proporcija ili razmjer** – **definicija**

Učitelj traži od učenika da mu daju primjer dvaju omjera te između njih piše znak = . Napisani izraz jednakosti dvaju omjera nazivamo proporcija ili razmjer te zapisuje na ploču:

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju omjera a : b i c : d, zapisujemo a : b = c : d.

Ističe kako omjere možemo zapisati i u obliku razlomka, tj. razmjer u obliku jednakosti dvaju razlomaka.

**Aktivnost 5 – Rješavanje razmjera**

Učitelj piše na ploču razmjer: 3 : 2 = x : 5. Sada ćemo naučiti kako izračunati nepoznanicu x iz napisanog izraza. Riješiti razmjer znači izračunati njegov nepoznati član, a to još nazivamo trojno pravilo (jedan nepoznat i tri poznata člana razmjera).

Učitelj pokreće prezentaciju s e-sfere pomoću koje objašnjava postupak rješavanja razmjera: Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> prezentacija Proporcija.

**Aktivnost 6 – Rješavanje složenijih razmjera**

Učitelj u razgovoru s učenicima rješava *Primjer 10. c* i *Primjer 11. bc* ističući pritom najčešće učeničke greške.

Učenici rješavaju zadatak 48. b, 50. b i 51. a te nakon rješavanja mijenjaju bilježnice i provode vršnjačko vrednovanje. Nakon vrednovanja provode analizu rješavanja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2, 3, 6 – zadatci iz udžbenika za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 63. i 64.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, LJ. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike u osmom razredu osnovne škole: stranica 61., zadatak: 22.

**Domaća zadaća**

* Zadatci: 46., 49. b, 50. a, 51. b., Zadatci za vježbu: 61.
* **Proporcionalne veličine**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje i definicija**

Učitelj ponavlja s učenicima što su proporcionalne veličine koje su radili u 7. razredu, navodi ih da smisle primjere nekih proporcionalnih veličine iz svakodnevnog života te da objasne zašto su proporcionalne.

Kako bi bolje ponovili prethodno navedeno, učitelj pokreće prezentaciju s e-sfere Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> prezentacija Proporcionalne veličine. Podsjeća učenike na koeficijent proporcionalnosti i kako pravcem možemo grafički prikazati proporcionalnost.

Učenici zapisuju u bilježnice: Za dvije veličine koje ovise jedna o drugoj kažemo da su proporcionalne ili razmjerne ako se povećanjem (smanjenjem) jedne povećava (smanjuje) i druga veličina za isti broj puta.

**Aktivnost 2 – Primjena na tekstualnim zadatcima**

Učitelj korak po korak rješava *Primjer 12.,* zatim zadaje učenicima da proizvoljno odaberu neki iznos u kunama pa samostalno izračunaju koliko bi Ana dobila eura za taj iznos kuna. Učitelj šeta razredom, pomaže i provjerava točnost.

Učenici rješavaju zadatke 54. a. i 55 i samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Uvježbavanje**

Učitelj čita zadatke 56. i 71. te komentira s učenicima plan rješavanja, nakon čega učenici samostalno rješavaju i provjeravaju s učiteljem na ploči (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke 73. i 75. (iz svijeta rada) te nakon rješavanja mijenjaju bilježnice i provode vršnjačko vrednovanje. Nakon vrednovanja provode analizu rješavanja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 i 3 – zadatci iz udžbenika za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, LJ. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike u osmom razredu osnovne škole: stranice 62. – 64., zadatci: 23. – 25.

**Domaća zadaća**

* Zadatci: 53. i 70.
* **Obrnuto proporcionalne veličine**

**Aktivnost 1 – Uvježbavanje razmjera i proporcionalnih veličina**

Na početku sata učenici će vježbati naučeno na prethodnim dvama satima kako bi bili spremniji za obradu obrnuto proporcionalnih veličina.

Prvo rješavaju zadatak koji im učitelj zada na ploči:

Izrazi y iz razmjera: 

Nakon što riješe zadani zadatak i provjere na ploči podudara li se rješenje s učiteljevim, učenici rješavaju zadatke 66., 68., 69. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Put, brzina i vrijeme**

Učitelj pokreće prezentaciju s e-sfere te učenici rješavaju dva zadataka čija im rješenja učitelj prezentira nakon što ih riješe kako bi samostalno mogli provjeriti točnost: Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> prezentacija Brzina put vrijeme (vrednovanje kao učenje). U zadatcima se traži ili put ili vrijeme, dakle međusobno proporcionalne veličine.

**Aktivnost 3 – Obrnuto proporcionalne veličine – uvodni primjer**

Nakon rješavanja prethodnih dvaju zadataka učitelj diskutira s učenicima u kakvom bi odnosu bilo vrijeme i brzina. Učenike navodi na pojam obrnuto proporcionalnih veličina. Učenici zapisuju u bilježnice: Za dvije veličine koje ovise jedna o drugoj, tako da ako se povećanjem (smanjenjem) jedne smanjuje (povećava) druga veličina za isti broj puta, kažemo da su obrnuto proporcionalne.

Učitelj pokreće prezentaciju s e-sfere te prezentira i objašnjava postupak rješavanja zadatka s prezentacije: Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> prezentacija Brzina.

**Aktivnost 4 – Obrnuto proporcionalne veličine**

Učitelj pokreće prezentaciju s e-sfere te prezentira i objašnjava postupak rješavanja zadatka s prezentacije: Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> prezentacija Obrnuto proporcionalne veličine.

**Aktivnost 5 – Uvježbavanje**

Učitelj pokreće dvije prezentacije (prvo Biciklist pa onda Radnici) s e-sfere te učenici rješavaju zadatke s prezentacija čija im rješenja prezentira nakon što ih riješe kako bi samostalno mogli provjeriti točnost: Algebarski izrazi, jednadžbe i njihova rješenja -> Proporcija ili razmjer -> e-Matematika -> prezentacija Biciklist i prezentacija Radnici (vrednovanje kao učenje).

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 i 2 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – zadatci s prezentacija za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, LJ. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike u osmom razredu osnovne škole: stranica 65., zadatci: 26. – 27.

**Domaća zadaća**

Zadatci: 57. – 59.

* **Obrnuto proporcionalne veličine – uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Na početku sata, kako bi utvrdili i ponovili znanje o proporcionalnim veličinama, učitelj u razgovoru s učenicima rješava *Primjer 13.* i *Primjer 14.*

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 60., 72., 74 i 76. Nakon rješavanja mijenjaju bilježnice i provode vršnjačko vrednovanje. Nakon vrednovanja provode analizu rješavanja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Rad u paru**

Učenici imaju zadatak u paru smisliti 5 veličina od kojih će biti dva para međusobno proporcionalnih i dva para međusobno obrnuto proporcionalnih. Nakon što svi riješe, rješenja se čitaju i diskutiraju, a ostali učenici daju primjer zadatka koji bi mogli postaviti na temelju pročitanih veličina. Najbolji primjeri (barem 6) zapisuju se u bilježnicu te će oni predstavljati zadatke koje treba riješiti za domaći rad.

(npr. veličine: gustoća masa akceleracija volumen novac 🡪 proporcionalne: masa i volumen, masa (jabuka) i novac (ukupan račun), obrnuto proporcionalne: volumen i gustoća, masa i akceleracija)

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2,3 – zadatci i rad u paru za vrednovanje za učenje

**Domaća zadaća**

Zadatci iz rada u paru (aktivnost 3).

* **Uvježbavanje: Razmjer, Proporcionalne i Obrnuto proporcionalne veličine**

**Aktivnost 1 – Uvježbavanje na zadatcima iz udžbenika**

Učenici rješavaju zadatke 62. hr, 67., 77., 78. Nakon rješavanja mijenjaju bilježnice i provode vršnjačko (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje – nastavni listić**

Učenici rješavaju zadatke s nastavnog listića i samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi u procesu samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3– Vrednovanje naučenoga**Učitelj provodi kratku pisanu provjeru Listićima za vrednovanje naučenoga (vrednovanje naučenoga).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Prilog F (**3-2-1 model**)

Listići za vrednovanje naučenog: Pr.1

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1– samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 2 – igra i listići za vrednovanje za učenje
* Vrednovanje naučenog:
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje naučenog

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Dopunski zadatci: 38., 39.

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Nastavni listić – dodatni zadatci

**Domaća zadaća**

* Povežite i primijenite: 25., 29., 30.

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje i vrednovanje naučenog**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadatci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izrazi *a* iz razmjera 
* Smisli zadatak u kojem ćeš upotrijebiti dvije proporcionalne veličine te ga zatim riješi.
* Smisli dvije obrnuto proporcionalne veličine s obzirom na veličinu broj ljudi u prostoriji.
* Koji broj moraš staviti na mjesto y tako da rješenje razmjera 3x : 5 = y : 10 bude 2?
* Je li duljina pravokutnika proporcionalna ili obrnuto proporcionalna njegovoj širini kad se površina ne mijenja? Objasni na primjeru.

♦ Pitanja:

* Izrazi *c* iz razmjera 
* Smisli zadatak u kojem ćeš upotrijebiti dvije obrnuto proporcionalne veličine te ga zatim riješi.
* Smisli dvije proporcionalne veličine s obzirom na veličinu broj ljudi u prostoriji.
* Koji broj moraš staviti na mjesto x tako da rješenje razmjera 3x : 5 = y : 10 bude 6?
* Je li duljina pravokutnika proporcionalna ili obrnuto proporcionalna njegovoj širini kad se površina ne mijenja? Objasni na primjeru.

**Vrednovanje kao učenje**

Ime i prezime ................................................................ grupa A

1. Pojednostavnite izraze.

a)  b) 

2. Izlučite zajednički faktor u izrazima.

a)  b) 

3. Riješite jednadžbe.

a)  b) 

4. Iz dvaju gradova, među kojima je udaljenost 50 km, istodobno krenu jedan drugome ususret dva biciklista. Ako jedan vozi prosječnom brzinom od 13 km/h, a drugi 17 km/h, za koliko će se sati susresti?

Ime i prezime ................................................................ grupa B

1. Pojednostavnite izraze.

a)  b) 

2. Izlučite zajednički faktor u izrazima.

a)  b) 

3. Riješite jednadžbe.

a)  b) 

4. Iz dvaju gradova, među kojima je udaljenost 64 km, istodobno krenu jedan drugome ususret dva biciklista.

Susreli su se nakon dva sata vožnje. Kojom je brzinom vozio svaki biciklist ako je brzina jednog veća za 2 kilometra na sat od brzine drugog?

Ime i prezime ................................................................ grupa C

1. Pojednostavnite izraze.



2. Pomnožite pa pojednostavnite izraze.

a)  b) 

3. Izlučite zajednički faktor u izrazima.

a)  b) 

4. Tea je za dvije knjige platila 155 kn. Kolika je cijena svake knjige ako je jedna 35 kn skuplja od druge?

**Rješenja:**

**grupa A**

1. a)  b) 

2. a)  b) 

3. a)  b) 

4. 1 h i 40 min

**grupa B**

1. a)  b) 

2. a)  b) 

3. a)  b) 

4. 15 km i 17 km

**grupa C**

1. 

2. a)  b) 

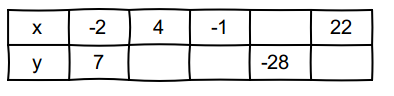
3. a)  b) 

4. 60 kn i 95 kn

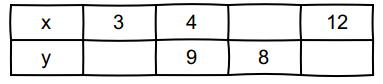
**Nastavni listići**

1. Popunite tablicu:

a)  za proporcionalne veličine x i y;



b) za obrnuto proporcionalne veličine x i y;



2. Marta ima recept za 75 kolača:

600 g brašna

200 g šećera

1 vanilin šećer

450 g masla

3 jaja

a) Želi li Marta napraviti 90 kolača, koliko će joj brašna biti potrebno?

b) Ako Marta ima na raspolaganju 5 jaja, koliko najviše kolača može napraviti?

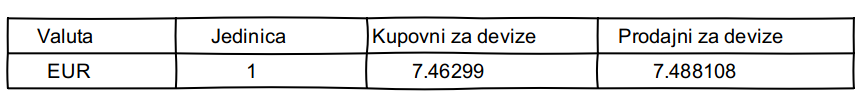
3. Lea je za odmor dobila džeparac od svojih roditelja. 10 dana može dnevno trošiti po 15 kuna. Koliko bi Lea mogla trošiti dnevno za isti džeparac ako bi na odmoru bila 12 dana?

4. U kinodvorani je 120 raspoloživih mjesta. Na projekciju filma dolaze razredni odjeli osmih razreda koji imaju isti broj učenika. Dođu li tri razredna odjela, u dvorani će ostati 54 slobodna mjesta. Koliko će ostati slobodnih mjesta dođu li na projekciju 4 razredna odjela?

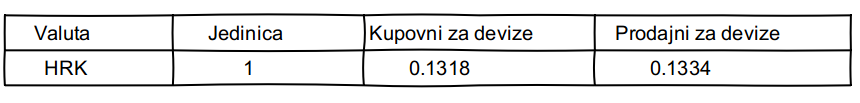
5. Ivanu treba 3 sata da oboji zid oblika kvadrata koji ima duljinu stranice 10 m. Koliko sati Ivanu treba da oboji zid oblika kvadrata sa stranicom duljine 20 m, uz jednake uvjete rada?

6. Stipe želi posjetiti brata koji živi u Njemačkoj, stoga želi promijeniti kune u eure. Koliko će eura dobiti za 5 000 kn u Hrvatskoj, a koliko u Njemačkoj? Gdje je povoljnije?

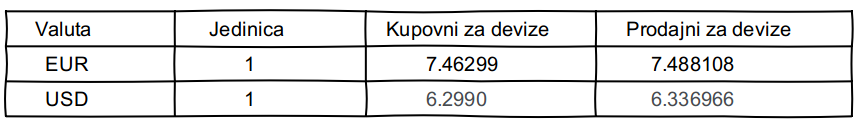
Tečaj u Hrvatskoj:



Tečaj u Njemačkoj:



7. Koliko će eura Ivana dobiti promijeni li 250 dolara u eure u Hrvatskoj prema priloženoj tečajnoj listi?



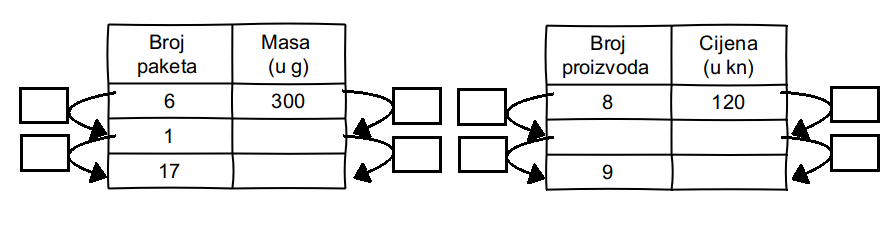
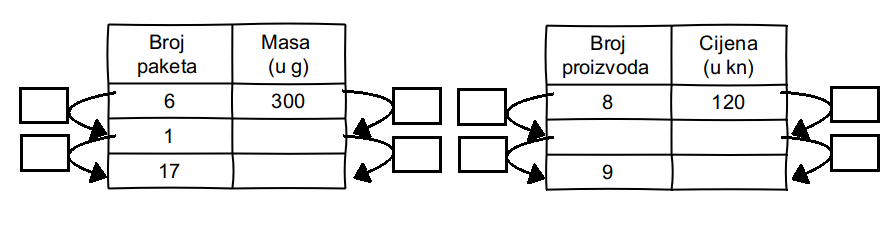
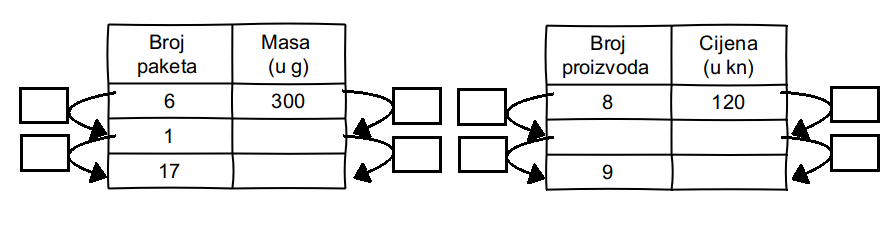
**Dodatni zadatci**

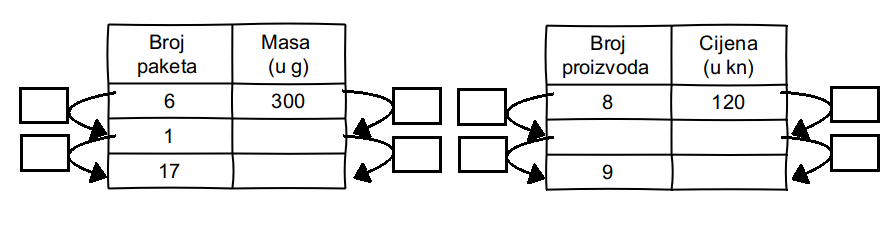
1. Za izradu nove aplikacije šestorici programera treba 18 dana rada po 8 sati dnevno. Koliko im dana rada treba ako dnevno rade po 9 sati i u pomoć im priteknu još dvojica kolega?

2. Tvornica s 550 zaposlenih radnika u proizvodnji ima sirovine za 20 dana rada. Nakon pet dana uprava zapošljava još 110 radnika. Za koliko dana radnici imaju sirovine za rad?

**Dopunski zadatci**

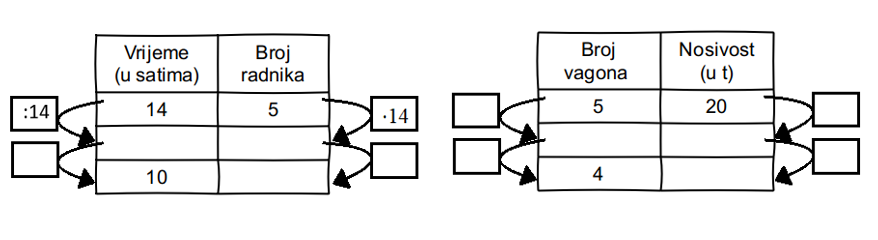
1. Ako znate da su veličine u tablici proporcionalne, popunite prazna polja.

 a) b)



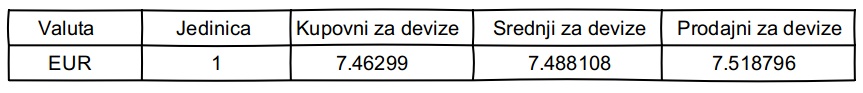




2. Ako znate da su veličine u tablici obrnuto proporcionalne, popunite prazna polja.

a) b)

3. U tablici je prikazan tečaj eura.

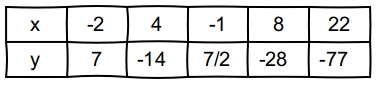


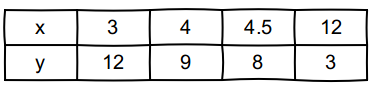
a) Koliko kuna možete dobiti za 100 €?

b) Koliko eura možete dobiti za 1 000 kn?

c) Na kartici s kojom plaćate Internet narudžbe imate 2 500 kn raspoloživih sredstava. Možete li naručiti proizvod koji košta 350 eura?

**Rješenja nastavnog listića**

1. a)

b) 

1. a) Za 90 kolača Marti je potrebno 720 g brašna.

b) S 5 jaja Marta može napraviti najviše 125 kolača.

3. Da je na odmoru 12 dana, Lea bi mogla dnevno trošiti 12.5 kn.

4. Dođu li na projekciju četiri razredna odjela, ostat će 32 slobodna mjesta.

5. Broj sati Ivanova rada proporcionalan je površini koja se boja. Ivan za 3 sata oboji 100 m2 zida, pa 400 m2 Ivan oboji za 4 puta više sati, a to je 12 sati.

6. Za 5000 kn Stipe bi u Hrvatskoj dobio 667.73 €., a u Njemačkoj 659 €. Dakle, povoljnije mu je novac promijeniti u Hrvatskoj.

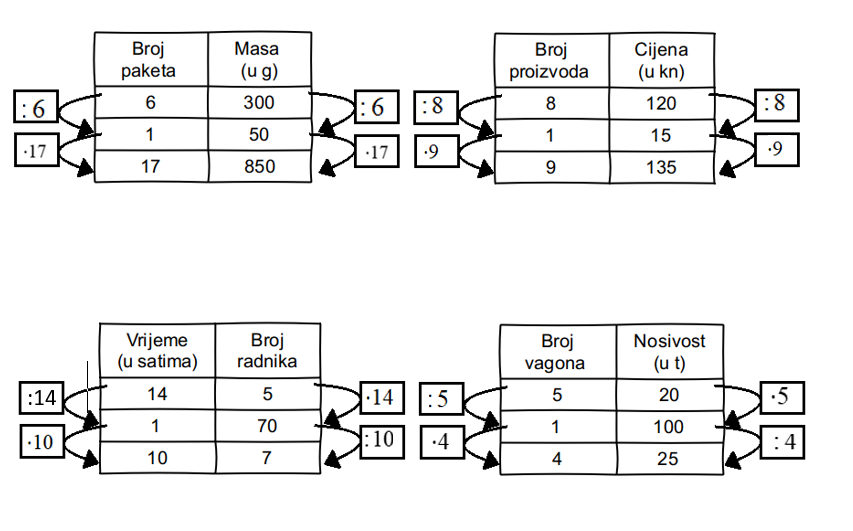
7. Banka će najprije Ivani 250 dolara zamijeniti u kune. To će iznositi 1 574.75 kn, a nakon toga će kune zamijeniti za eure. Ivana će dobiti 211 eura.

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. Za izradu aplikacije osmorici programera koji dnevno rade po 9 sati treba 12 dana.

2. Radnici imaju sirovine za 17.5 dana.

**Rješenja dopunskih zadataka**

1. a) b)
2. a) b)

3. a) Prodate li 100 €, dobit ćete 746.30 kn.

b) Za 1000 kn dobit ćete 133 €.

c) Nećete moći naručiti proizvod jer je 350 eura više od 2 500 kn.